Exercice 1

*/ $a = \ln\sqrt{e^3} = \frac{1}{2}\ln e^3 = \frac{3}{2}\ln e = \frac{3}{2}$

*/ $b = \ln e^{\sqrt{3}} = \sqrt{3}$

*/ $c = e^{-\ln 3} = e^{\ln\frac{1}{3}} = \frac{1}{3}$

Ou bien $c = e^{-\ln 3} = \frac{1}{e^{\ln 3}} = \frac{1}{3}$

*/ $d = e^{\ln 2 - \ln 5} = e^{\ln\frac{2}{5}} = \frac{2}{5}$

*/ $A = \left(e^x + e^{-x}\right)^2 - \left(e^x - e^{-x}\right)^2$

$= \left(e^x + e^{-x} + e^x - e^{-x}\right)\left(e^x + e^{-x} - e^x + e^{-x}\right)$

$= \left(2e^x\right)\left(2e^{-x}\right) = 4e^x e^{-x} = 4$

Donc $\boxed{A = 4}$

*/ $B = e^{2x} + e^{-2x} - \left(e^x - e^{-x}\right)^2$

$= e^{2x} + e^{-2x} - \left(\left(e^x\right)^2 - 2e^x.e^{-x} + \left(e^{-x}\right)^2\right)$

$= e^{2x} + e^{-2x} - \left(e^{2x} - 2 + e^{-2x}\right)$

$= e^{2x} + e^{-2x} - e^{2x} + 2 - e^{-2x}$

Donc $\boxed{B = 2}$

Exercice 2

*/ $e^x = -3$ n'a pas des racines car $-3 < 0$

$S = \phi$

*/ $e^x = e \Leftrightarrow \ln e^x = \ln e \Leftrightarrow x = 1$

$S = \{1\}$.

*/ $3e^x = e^{-x} \Leftrightarrow 3e^{2x} = 1$

$\Leftrightarrow e^{2x} = \frac{1}{3} \Leftrightarrow 2x = \ln\frac{1}{3}$

$\Leftrightarrow x = \frac{1}{2}\ln\frac{1}{3} = -\frac{1}{2}\ln 3$

$S = \left\{-\frac{1}{2}\ln 3\right\}$

*/ $e.e^{3x-1} = 1 \Leftrightarrow e^{3x-1+1} = 1$

$\Leftrightarrow e^{3x} = e^0 \Leftrightarrow 3x = 0 \Leftrightarrow x = 0$

$S = \{0\}$

*/ $e^{2x} - 3e^x + 2 = 0$

Posons $t = e^x$. $t^2 = \left(e^x\right)^2 = e^{2x}$

Donc on aura : .

$$\begin{cases} t^2 - 3t + 2 = 0 \\ t = e^{2x} \end{cases}$$

$t^2 - 3t + 2 = 0$ et $a + b + c = 0$

Donc $\begin{cases} t' = 1 \quad ou \quad t'' = \frac{c}{a} = 2 \\ t = e^x \end{cases}$

Donc $e^x = 1$ ou $e^x = 2 \Leftrightarrow x = 0$ ou $x = \ln 2$.

$S = \{0, \ln 2\}$

*/ $e^{2x} - 5e^x + 6 = 0$. Posons $t = e^x$; $t^2 = e^{2x}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t^2 - 5t + 6 = 0 \\ t = e^x \end{cases}$$

$t^2 - 5t + 6 = 0$

$\Delta = (-5)^2 - 4 \times 6 = 1 > 0$

$$\text{Donc : } \begin{cases} t' = \frac{5+1}{2} = 3 \\ t'' = \frac{5-1}{2} = 2 \end{cases} \quad t = e^x$$

$\Leftrightarrow e^x = 3$ ou $e^x = 2 \Leftrightarrow x = \ln 3$ ou $x = \ln 2$

$S = \{\ln 2, \ln 3\}$.

*/ $e^{x^2} = \frac{1}{9} \Leftrightarrow x^2 = \ln\frac{1}{9} \Leftrightarrow x^2 = -\ln 9 < 0$

Il n'existe aucun réel x tel que $x^2 = -\ln 9$

$S = \phi$